

MÉCANIQUE DES SOLIDES. — *Équation d'état non linéaire du quatrième ordre. Application à la détermination de la température le long des courbes de compression par ondes de choc.* Note (\*) de M<sup>lle</sup> MICHÈLE DELANNOY et M. ANDRÉ LACAM, présentée par M. Paul Germain.

Les calculs portent sur cinq corps : l'aluminium, l'argent, le cuivre, le sodium et le periclase. Les courbes d'Hugoniot et celles que fournit la théorie non linéaire du quatrième ordre étant en parfait accord jusqu'à des compressibilités voisines de 0,8, il a été possible de calculer la température le long de ces courbes. La comparaison des résultats ainsi obtenus avec les données de la littérature fait apparaître un bon accord-écarts inférieurs à 1 %. Cette légère divergence semble pouvoir être expliquée.

Dans une Note précédente (1) nous avons montré comment l'équation de Mie-Gruneisen (2) :

$$(1) \quad P = -\frac{d\Phi_0}{dV} + \gamma \frac{U_s}{V},$$

employée dans le cadre de l'approximation du quatrième ordre et combinée avec l'équation d'Hugoniot (3) du solide considéré :

$$(2) \quad U_{II} - U_0 = \frac{1}{2} P_{II} (V_0 - V_{II})$$

permettait de calculer la courbe du quatrième ordre  $H_4$  lieu des points  $P_4$  définis par

$$(3) \quad P_4 = \frac{-\frac{d\Phi_0}{dV}\Big|_{II} + \gamma(V_{II}) \left[ \frac{U_0 - \Phi_0(V_{II})}{V_{II}} \right]}{1 - \frac{\gamma(V_{II})}{2} \left( \frac{V_0}{V_{II}} - 1 \right)}$$

Par ailleurs, nous avons pu montrer que la courbe  $H_4$  et celle d'Hugoniot étaient en étroite concordance pour des taux de compression  $V/V_0$  allant jusqu'aux environs de 0,8. Ce résultat (4) était commun aux corps suivants : aluminium, argent, cuivre, sodium et periclase. Dans la zone de concordance, puisque  $P_4$  vérifie l'équation (1) il en est de même de  $P_{II}$  donné par

$$(4) \quad P_{II} = -\frac{d\Phi_0}{dV}\Big|_{II} + \gamma(V_{II}) \frac{U_s(T, V_{II})}{V_{II}}$$

dans le deuxième membre de cette égalité, seul le terme  $U_s$  fait intervenir la température. Il est par ailleurs possible (5) de démontrer que

$$(5) \quad U_s(T, V_{II}) = T \left( \frac{U}{T} \right)_{\text{Debye}} + \frac{9}{8} N_s k \theta_D.$$

La table numérique de Gray (5) qui donne  $(U/T)_{\text{Debye}}$  en fonction de  $\theta_D/T$  permet donc de calculer  $T$  dans la zone de concordance. De cette façon nous avons pu déterminer la température le long de ces courbes pour les

JUN 5 1972

cinq corps précités. Les figures ci-dessous illustrent les résultats que nous avons obtenus et permettent de les comparer avec les données de la littérature.

Le calcul de la température au moyen des équations (3) et (4) n'est justifié que dans la zone de concordance. Néanmoins nous avons appliqué la méthode jusqu'à  $V/V_0 = 0.8$  ou  $0.775$  suivant les cas, pour avoir un ordre de grandeur de  $T$  au-delà de la zone de validité.

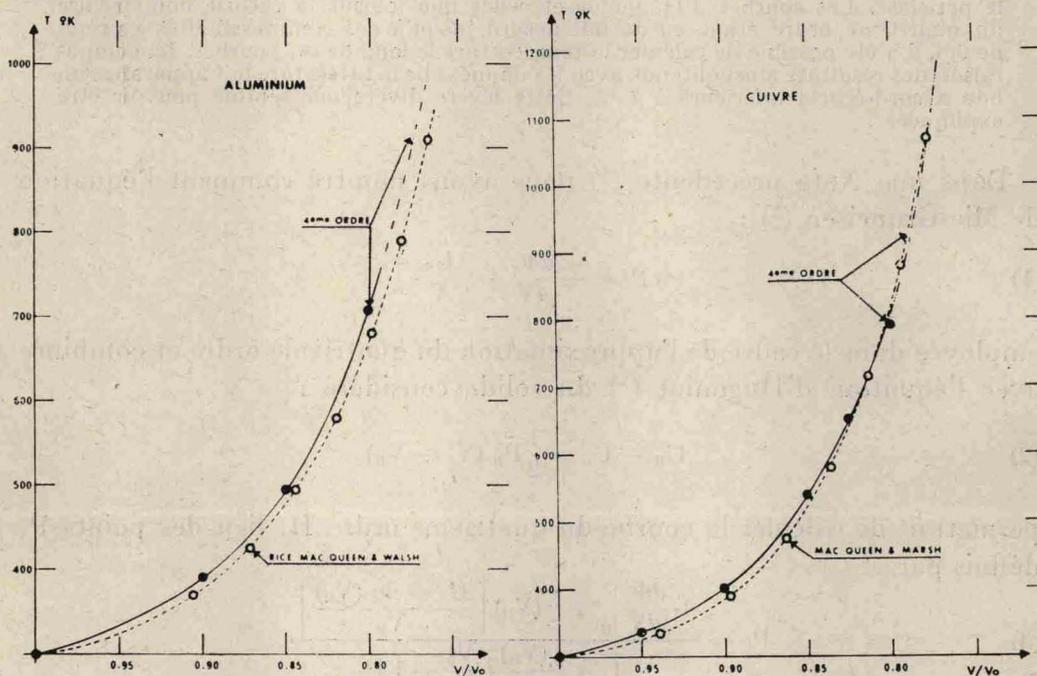


Fig 1.

Fig 2.

Les résultats que nous avons obtenus sont en bon accord avec ceux de Rice, Mc Queen et Walsh <sup>(6)</sup> pour l'Aluminium et ceux de Mc Queen et Marsh <sup>(7)</sup> pour le cuivre et l'argent. L'écart entre nos résultats et les données de ces auteurs est inférieur à 1 %. Huang <sup>(8)</sup> qui a traité le cas de l'argent par une méthode voisine de celle de Mc Queen, ne nous fournit qu'un seul point de comparaison également en accord avec nos résultats.

La méthode utilisée par Rice et Mc Queen consiste à tracer les adiabatiques et à en déduire la température en tous points voisins de la courbe d'Hugoniot, ceci à partir des premières lois de la thermodynamique. La faible différence que nous observons, entre nos résultats et ceux de ces auteurs, s'explique vraisemblablement par le fait qu'ils ont appliqué l'équation de Mie-Gruneisen en un point de la courbe d'Hugoniot sous la forme

$$(6) \quad P_{II} = - \left. \frac{d\Phi_0}{dV} \right|_{II} + \frac{\gamma}{V_{II}} U_{II}$$

( 3 )

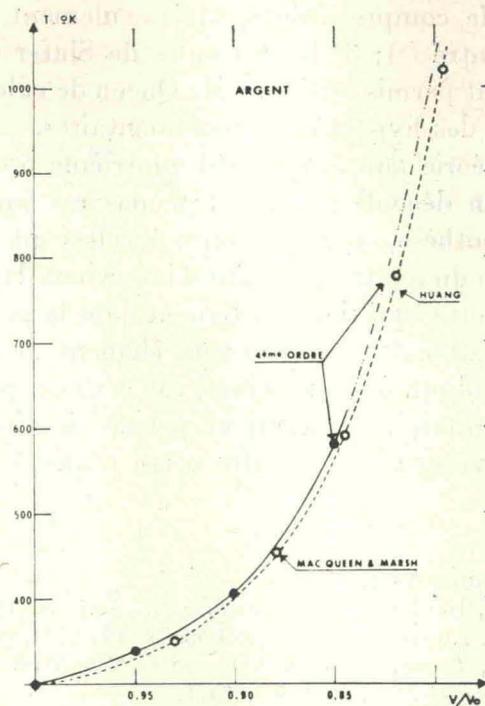


Fig 3.

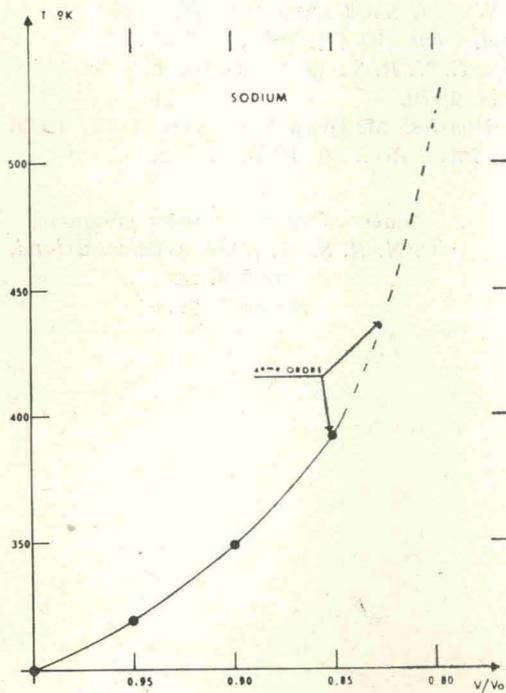


Fig 4.

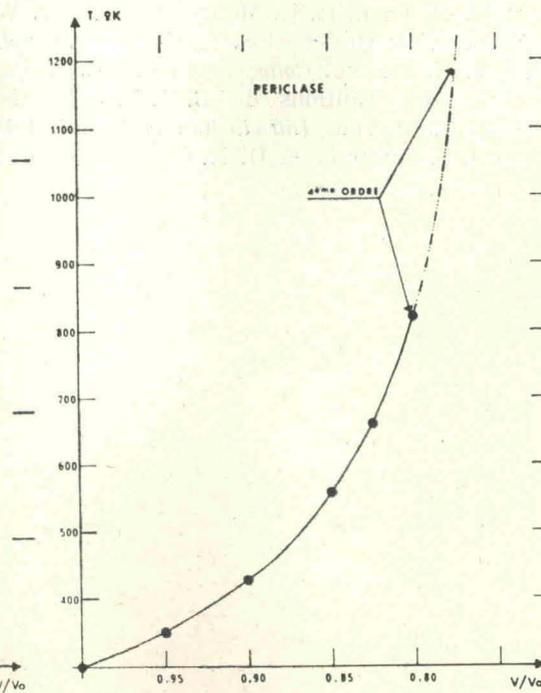


Fig 5.

ce qui ne constitue qu'une bonne approximation car : 1° l'énergie interne  $U_{II}$  est légèrement différente de l'énergie  $U_s$  de vibration qui intervient dans l'équation (1); 2° l'équation de Mie-Grüneisen n'est pas utilisable dans un

très vaste domaine de compressibilité, mais seulement jusqu'à 0,8, ainsi que nous l'avons montré <sup>(1)</sup>; 3<sup>o</sup> les formules de Slater <sup>(9)</sup> et de Dugdale-Mc Donald <sup>(10)</sup>, qui ont permis à Rice et Mc Queen de calculer les variations de  $\gamma(V)$ , introduisent des hypothèses supplémentaires.

En revanche, la théorie non linéaire du quatrième ordre et le calcul de la température qui en découle ne comporte pas ces approximations. En effet : 1<sup>o</sup> aucune hypothèse supplémentaire à celles que nous avons faites pour établir l'équation du quatrième ordre n'intervient dans notre méthode; 2<sup>o</sup> nous avons utilisé cette équation strictement dans la zone de concordance.

Nous pouvons regretter de n'avoir aucun élément de comparaison pour des corps comme le sodium et le periclase, car ceux-ci, par leurs propriétés physiques très différentes, nous auraient permis de tirer des conclusions plus larges. Nous envisageons d'étendre cette étude à d'autres solides à structure cubique.

(\*) Séance du 22 novembre 1971.

<sup>(1)</sup> M. DELANNOY et A. LACAM, *Comptes rendus*, 273, série A, 1971, p. 1079.

<sup>(2)</sup> G. LEIBFRIED et W. LUDWIG, *Solid State Physics*, 12, 1961, p. 275.

<sup>(3)</sup> L. THOMSEN, *Ph. D. Thesis*, Columbia University, New York, 1969.

<sup>(4)</sup> M. DELANNOY, *Thèse de 3<sup>e</sup> cycle*, Paris, 1971.

<sup>(5)</sup> D. E. GRAY, ed., *American Institute of Physics Handbook*, Mc Graw-Hill, New York, 1963, p. 4-53.

<sup>(6)</sup> M. H. RICE, R. G. MC QUEEN et J. M. WALSH, *Solid State Physics*, 6, 1958, p. 1.

<sup>(7)</sup> R. G. MC QUEEN et S. P. MARSH, *J. Appl. Phys.*, 31 (7), 1960, p. 1253.

<sup>(8)</sup> Y. K. HUANG, *Colloques internationaux du C. N. R. S.*, n<sup>o</sup> 188, Grenoble, 8-10 septembre 1969, Editions du C. N. R. S., Paris 1970.

<sup>(9)</sup> J. C. SLATER, *Introduction to Chemical Physics*, Mc Graw-Hill, New York, 1939.

<sup>(10)</sup> J. S. DUGDALE et D. K. C. MC DONALD, *Phys. Rev.*, 89, 1953, p. 832.

*Laboratoire des Hautes pressions,  
C. N. R. S., 1, place Aristide Briand,  
92-Bellevue,  
Hauts-de-Seine.*